J. Jpn. Soc. Soil Phys.
土壌の物理性
No. 131, p.31 ～ 36 (2015)

地盤の熱伝導率を求める熱応答試験のための多項漸近解を用いた逆解析法

藤縄克之 [1]

The thermal response test and an inverse analysis method for identifying thermal conductivity of soil

Katsuyuki FUJINAWA[1]

Abstract: Thermal response tests (TRTs) have been widely used to identify thermal conductivity of soils. However, only the first two terms of power-series expansion for the exponential integral, which appears in Kelvin's line source function used for analyzing data of TRTs, have been used by the conventional method. This method sometimes leads to inaccurate estimation of parameters and long testing time. A new method, briefly introduced in this paper, evaluates much higher terms and uses an inverse method to identify thermal conductivity together with a parameter containing volumetric heat capacity. This method also enables to identify true thermal conductivities by using early data of TRTs and to reduce testing time. Some cases applied to fields with various conditions are also shown in this paper for further application to soil physics.

Key Words : thermal conductivity, thermal response test (TRT), Kelvin's line source function, inverse analysis method, volumetric heat capacity

1. はじめに

近年，浅層地下に賦存する冷熱や温熱を建築物や農業施設などの冷暖房に利用する地下熱ヒートポンプシステム（GSHP）と呼ばれる再生可能エネルギー利用技術が注目されている．このシステムには，深度 100 m 程度のボーリング孔に熱交換パイプを挿入して地中で熱交換させるクローズドタイプと，地下水を揚水して地上で採熱するオープンタイプがある．いずれのタイプでもヒートポンプを併設する場合が多いが，ヒートポンプに利用する熱源は暖房期では高温ほど，冷房期には低温ほど冷暖房に要する消費エネルギーが少なくなる．したがって，冬期に低温となり，夏期に高温となる大気を熱源とする従来型と比べ，空調管理温度に近い熱源を利用する GSHP の方が遙かに効率的で，冷暖房に要するランニングコストを大幅に削減することができる．なお，性質の異なる 2 タイプの GSHP では，オープンタイプの方が大幅にイニシャルコストを削減できるため，地下水が揚水できる場所ではオープンタイプのシステムが勧められる．

従来，施設園芸では冬期に石油を用いた暖房が用いられてきたが，温室効果気体である二酸化炭素を排出する化石エネルギーの使用は地球温暖化の元凶となっている上，第 1 次石油危機以来乱高下を繰り返す石油価格は施設野菜生産現場を翻弄し，安定経営上の大きな支障となってきた．そこで石油使用量削減の手段として，施設園芸分野でもヒートポンプが注目されているが，現在普及しているヒートポンプの大部分は空気を熱源としており，冬期暖房ではデフロスト（除霜）により暖房効率が下がるだけでなく，暖房負荷が大きくなるほど暖房能力が小さくなるといった欠点がある．さらに，空気熱源ヒートポンプは，電気代が高く，燃油と比べてランニングコストが削減できないため，燃油ボイラーとのハイブリッド化が推奨されるなど模索が続いている．このため，冷暖房効率が悪い空気熱源に代わり，1 年をとおして温度変化が小さく，消費電力の大幅削減で貢献できる地下水を熱源とするヒートポンプシステムが開発されてきており，オランダなどの先進国ではすでに多くの園芸施設に導入されている．

筆者は，H26 · 27 年度の農水省予算により農業 · 食品産業技術総合研究機構生物系特定産業技術研究支援センターが実施している「攻めの農林水産業の実現に向けた革新的技術緊急展開事業（うち産学の英知を結集した革新的な技術体系の確立）」において「施設園芸栽培作物の低コスト · 高品質 · 周年安定供給技術の確立」というテーマで実証試験を実施中で，地下水熱源ヒートポンプシステムを導入した施設の H26 年度冬期暖房試験では灯油ボイラー施設比較で大幅な消費エネルギー削減を実現し，H27 年度の夏期冷房試験においても良好な結果を得ている．

オープンタイプにせよクローズドタイプにせよ，GSHP システムの設計には採熱量計算が必要である．特に，地

[1]Faculty of Engineering, Shinshu University, 4-17-1 Wakasato, Nagano, 380-8553, Japan. Corresponding author：藤縄克之，信州大学工学部
2015 年 8 月 17 日受稿　2015 年 10 月 14 日受理

盤との熱交換がシステムの生命線となるクローズドタイプでは，熱応答試験（Thermal Response Tests: TRTs）と呼ばれる地盤の熱伝導率を求める試験が必須となっている．地下水の流れがある現場では熱伝導率が過大に評価されるため，求められた熱伝導率は見かけ熱伝導率と呼ばれているが，浸透流がない場合には非常に正確に地盤の熱伝導率が計測できる．熱応答試験では，飽和あるいは不飽和の如何によらず試料の熱伝導率が計測されるため，土壌物理の分野でも実験室や野外で利用が可能である．そこで本稿では，TRT の原理と得られたデータから簡便に熱伝導率が同定できる逆解析法（上原・藤縄，2013）の概要と適用事例を紹介する．

2. 熱応答試験の原理

浸透流がなく，均質かつ等方性の無限遠地盤に強度一定の線源熱負荷を与えた場合，媒体中の熱移動は円筒座標を用いた次の熱伝導方程式と初期条件および境界条件で表現できる．

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}=\frac{\{b(\rho c)\}}{(b\lambda)}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{1}$$

初期条件：$T(r,0)=T_0,\qquad r_w\le r\le\infty$

境界条件 1：$T(\infty,t)=T_0,\qquad t\ge 0$

境界条件 2：$\lim_{r-r_w\to 0}\left(2\pi r(b\lambda)\frac{\partial T}{\partial r}\right)=Q_H,\quad t>0$

ここに，T は地盤の温度（K），T_0 は初期の地盤温度（K），r は熱交換井中心からの半径（m），r_w は熱交換井の半径（m），Q_H は地盤との熱交換量（W），λ は地盤の熱伝導率（W m^{-1} K^{-1}），ρ は地盤の密度（kg m^{-3}），c は地盤の比熱（W s kg^{-1} K^{-1}），b は U 字管の埋設深度（m）である．いま，加熱による地盤の温度上昇量を $T_r=T-T_0$ とし，(1) 式および初期条件・境界条件を変形して微分方程式を解くと，以下の式が得られる．

$$T_r=\frac{Q_H}{4\pi(b\lambda)}\int_X^\infty\frac{e^{-u}}{u}du=\frac{Q_H}{4\pi(b\lambda)}E(X)$$
$$X=\frac{r^2(\rho c)}{4\lambda t} \tag{2}$$

ここに，(2) 式はケルビンの線源関数と呼ばれ，$E(X)$ は次の漸近解で展開できる．

$$E(X)=-\gamma-\ln X+X-\frac{X^2}{2\cdot 2!}+\frac{X^3}{3\cdot 3!}-\frac{X^4}{4\cdot 4!}+\cdots\cdots \tag{3}$$

なお，$\gamma(=0.5772\cdots)$ はオイラー定数である．

ケルビンの線源関数理論（Ingersoll and Plass, 1948）は，Mogensen（1983）によって初めて熱応答試験データの評価に適用され，現在では熱応答試験のデータ解析に広く利用されている．

3. 熱応答試験データの解析

Fig. 1 に示すように，$E(X)$ の漸近解の精度は X に依存し（藤縄，2010），X が十分に小さい場合（$X<0.05$ で誤差は 2.2 % 以下）は，最初の 2 項のみを用いて $E(X)\cong-\gamma-\ln X$ で近似できる．したがって，2 項近似法では熱交換井の温度変化を以下の近似解で表現する．

$$T_r\cong\frac{Q_H}{4\pi(b\lambda)}\left(-\ln\frac{r^2(\rho c)}{4\lambda t}-\gamma\right) \tag{4}$$

いま，(4) 式を変形すると，

$$T_r\cong k\ln(t)+m \tag{5}$$

が得られる．ここに，

$$k=\frac{Q_H}{4\pi(b\lambda)},$$
$$m=\frac{Q_H}{4\pi(b\lambda)}\left\{\ln\left(\frac{4\lambda}{r^2(\rho c)}\right)-\gamma\right\} \tag{6}$$

である．

2 項近似法を用いた場合，片対数紙の縦軸に T_r を，横軸に $\ln(t)$ をとって熱応答試験データをプロットし，直

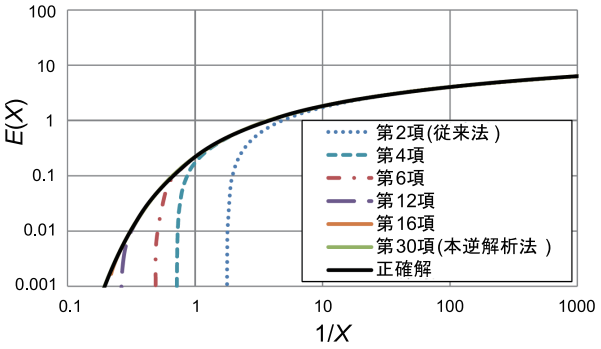


Fig. 1 $E(X)$ の正確解と近似解．

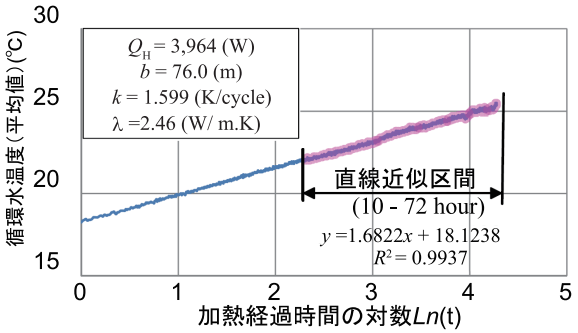


Fig. 2 2 項近似法による熱伝導率の推定．

線部分の傾き k を求めると，熱伝導率 λ は

$$\lambda = Q_H/4\pi bk \tag{7}$$

で評価できる．この方法が現在熱応答試験のデータ解析でもっぱら利用されている地盤の熱伝導率評価法である．Fig. 2 は 2 項近似法による解析事例で，直線区間の近似式の勾配より熱伝導率 2.46 W m^{-1} K^{-1} が求められる．

2 項近似法による従来法を用いた場合は，「試験開始から十分な時間が経過した区間のデータより k 値を決定することが望ましい」（長野，2010）とされている．したがって、従来法を利用する場合、十分な精度が担保され，初期段階で地中熱交換器や充填剤の影響を受けないよう，加熱時間は標準で 60 時間，最短でも 48 時間以上，精密に行いたい場合には 100 時間程度行うことが推奨されており，一般的な試験期間は 1 週間以上必要となる．このような従来法の問題点をまとめると以下のようになる．

(1) 誤差が許容範囲とされている 2.2 % 以下になる時間 t が事前には不明のため，傾き k を決定する直線区間が明確に選定できない．したがって，どの区間のデータを直線部と定めるかは解析者の経験的判断に委ねられ，解析結果が人によって異なる．
(2) 初期段階のデータが使用できないため，試験期間を長くとる必要がある．
(3) 2 項近似法で得られる地盤の熱応答特性は，熱伝導率 λ のみであり，一般に体積熱容量 (ρc) には文献値が用いられる．(ρc) が正確に決定できないため，評価された熱伝導率のみでは正確解（2）が再現できず，解析結果と測定結果がどの程度合致しているかを検証することができない．

そこで，2 項近似に伴う精度低下を解消するとともに，熱伝導率のみならず体積熱容量に係わる係数も自動的に評価できる手法がパウエルの共役傾斜法を用いたパラメータの逆解析法（上原 · 藤縄，2013）である．この方法は室内実験で検証され，現在は解析用ソフト TRT アナラーザー（http://www.shinshu-tlo.com/trt-a）として広く一般の用に供されている．ここでは，逆解析法の概要と適用結果を紹介する．

Fig. 1 より，第 2 項，第 4 項，第 6 項，第 12 項，第 16 項，第 30 項と，評価項数を増やすにつれて計算値は $E(X)$ の正確解に漸近することが分かる．したがって，正確解とほぼ一致する高次項まで近似解の評価項を増やせば $1/X$ が小さい初期データの使用が可能となり，熱応答試験の時間短縮と精度の向上を図ることが可能となる．そこで，指数積分 $E(X)$ のべき級数展開式を第 30 項まで考慮することにより熱応答試験の初期段階のデータも活用すると共に，地盤の熱伝導率と体積熱容量に係わる値が同定できるようにしたものが TRT アナラーザーである．

TRT アナラーザーは，熱応答試験のデータにパウエルの共役傾斜法を用いた逆解析法を適用し，パラメータを同定するものである．Fig. 3 は評価された熱伝導率に

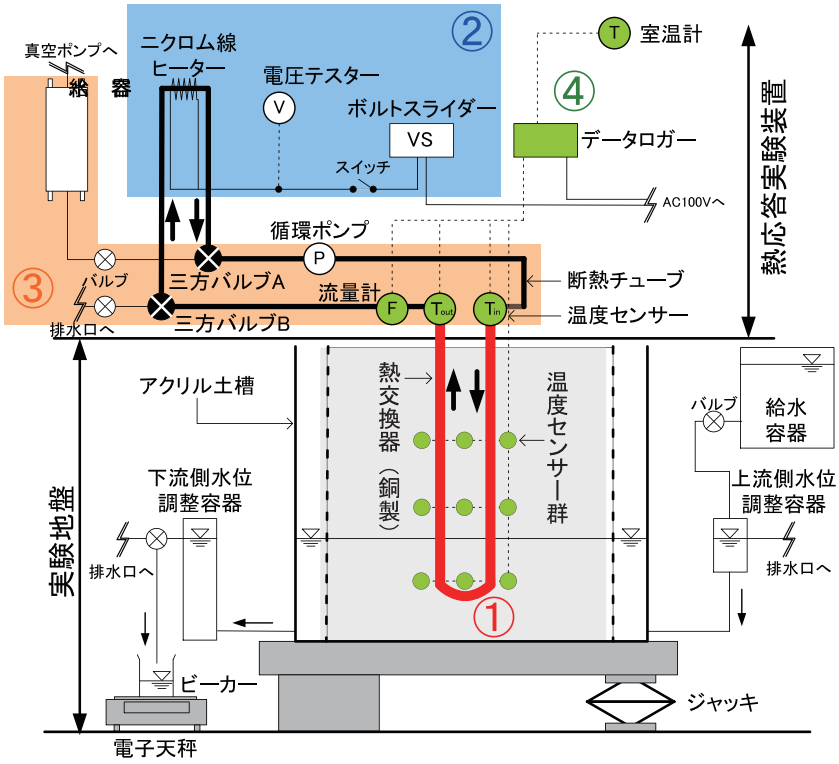


Fig. 3　熱応答試験実験装置．

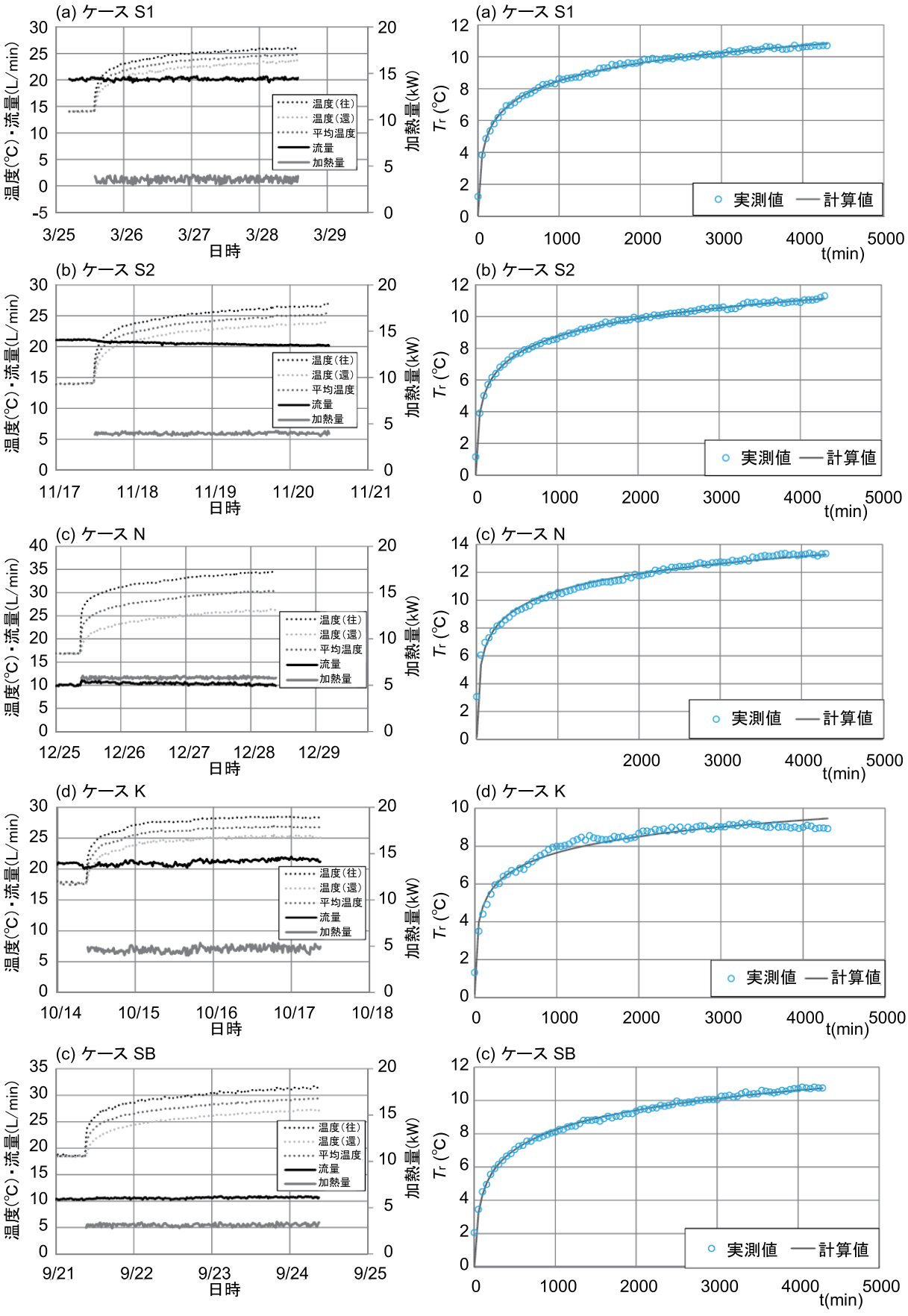


Fig. 4 熱応答試験結果と同定されたパラメータで計算した値と実測値の比較.

Table 1 各ケースにおけるパラメータ同定結果.

項目	単位	S1	S2	N	K	SB
λ	W m^{-1} K^{-1}	2.33	2.51	1.79	3.01	1.91
$r^2(\rho c)$	W s m^{-1} K^{-1}	1559.64	1707.15	650.21	873.93	2167.75
f/N	K	0.075	0.056	0.158	0.186	0.079
N	m	4320	4320	4320	4320	4320

地下水流動が与える影響を調べるための室内実験装置を示したものである（濱野ら，2014）．熱応答試験における温度の計測は熱交換井において行われるため理論上は $r=0$ であるが，実質的には $r=0$ に極めて近い測点の温度が計測されている．そこで，特定が困難な観測地点の半径 r と (ρc) を一体化した $r^2(\rho c)$ を熱伝導率 λ とともに同定されるようになっている．

また、最適パラメータの同定においては，次の目的関数

$$F=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(T_{\mathrm{ri}}-\overline{T}_{\mathrm{ri}}\right)^2} \tag{8}$$

を最少にする探索過程の結果として同定値が求められる．ここに，$\overline{T}_{\mathrm{ri}}$ は計算された i 番目の温度上昇量，T_{ri} は実測された i 番目の温度上昇量である．また，N は逆解析に用いる温度上昇量データの個数であり，データ 1 つあたりの誤差を表す評価尺度には計算値と実測値の絶対値誤差の総和を総データ数で除した

$$\frac{f}{N}=\frac{\sum_{i=1}^{N}\left|T_{\mathrm{ri}}-\overline{T}_{\mathrm{ri}}\right|}{N} \tag{9}$$

が用いられている．

Fig. 4 は，地盤の条件の異なる 4 地点（5 ケース）で実施した熱応答試験で得られたデータに逆解析法を適用し，得られた熱伝導率 λ と $r^2(\rho c)$ を用いて計算した結果を実測値と対比したものである．また，Table 1 は各ケースのパラメータ同定値，および f/N と N を示したもので、地下水流速が小さく、地下水位が浅いケース S では，計算値と実測値は非常に良く一致することが分かる．

信州大学若里キャンパスで実施した試験（ケース S）では，同一サイトの同一試験井で測定しているにもかかわらず，3 月に実施したケース S1 と 11 月に実施したケース S2 とでは熱伝導率が 2.33（W m^{-1} K^{-1}）および 2.51（W m^{-1} K^{-1}），$r^2(\rho c)$ が 1,559.65（W s m^{-1} K^{-1}）および 1,707.15（W s m^{-1} K^{-1}）となり，両パラメータともケース S2 の方がやや大きくなったが，その理由は地下水面の高さの違いによるものと考えられている．ちなみに，各試験実施日の現地調査結果より，ケース S2 の地下水面高がケース S1 より約 1.5 m 高いことがわかっている．

ケース N でケース S2 ほど解析解と実測値との適合性が高くなかったが，その原因は 60 m 付近以深で地盤の温度が上昇しており，熱伝導理論の前提条件が満足されていなかったことによるものである．また，千曲川近傍に位置するサイトで実施したケース K の同定結果では熱伝導率が大きく，$r^2(\rho c)$ は小さくなったが，これは地下水流動に伴う移流や分散などの熱伝導以外のメカニズムが働いたためである．唯一、東京都心部で測定されたケース SB では、熱伝導率はやや小さくなったが、これは地層の特性（厚い粘土層など）が反映されたものと考えられる．

4. おわりに

本報では，地盤の熱的特性を評価するために広く実施されている熱応答試験に用いられてきた簡易解析法の精度向上と逆解析を用いたデータ解析法についての概要を述べ，さまざまな場所で実施された熱応答試験に本法を適用して熱伝導率などのパラメータを求めた事例を紹介した．

「はじめに」で述べたように，筆者は現在地下水を熱源としたヒートポンプシステムを導入した園芸施設で実証試験を実施しており，従来の灯油ボイラー暖房施設と比較して圧倒的な省エネ効果を確認しているが，この施設では施設全体を温度管理するのではなく，作物の生育上最も重要な部位を重点的に温度制御する局所冷暖房方式を採用している．特に，イチゴ栽培ハウスでは培地表面に冷温水循環パイプを敷設してクラウン（成長点）部分の温度を制御しているが，この循環パイプが根群域を中心とした培地土壌の温度にどのような影響を与えているかを明らかにする必要がある．農業施設でのイチゴ栽培に限らず，作物にとって地温は極めて重要な生育要因である．各作物の最適生育環境が担保されるような管理を実施するためには，根群域形成を含めた作物生理と温度環境との関係を調べる必要があり，土壌熱伝導率の計測も重要な手段となる．本報で述べた手法はこのような応用例も含めて土壌物理学の様々な局面でも何らかのお役に立てるのではないかと考えている．最後に，本特集号に執筆の機会を与えて頂いた編集委員会の皆様に心より感謝を申し上げたい．

引用文献

Ingersoll, L.R. and Plass, H.J. (1948): Theory of the ground pipe heat source for the heat pump. ASHVE Transactions, 54: 119-122.

Mogensen, P. (1983): Fluid to duct wall heat transfer in duct system heat storages. Proceedings of the International Conference on Surface Heat Storage in Theory and Practice. pp. Part II. 652–657, Stockholm, Sweden.

上原健人, 藤縄克之 (2013): ケルビンの線源関数の高精度漸近解とパウエルの共役傾斜法を用いた熱応答試験関連パラメータの逆解析法とその適用. 地下水学会誌, 55(3): 253–268.

長野克則 (2010): ボアホール型地中熱交換器に対する加熱法による熱応答試験の標準試験方法 Ver. 2.0. p. 16, （財）ヒートポンプ・蓄熱センター地下熱利用とヒートポンプシステム研究会 IEA ECES （蓄熱実施協定）ANNEX21.

濱野太宏, 冨樫 聡, 上原健人, 藤縄克之 (2014): 水理地質環境が熱応答試験のパラメータ同定に与える影響に関する実験的研究. 土木学会論文集, C–70(1): 54–66.

藤縄克之 (2010): 環境地下水学. p. 354, 共立出版.

要　　旨

熱応答試験は地盤の熱伝導率を求める方法として広く用いられてきた．しかし，従来の方法は，熱応答試験データの解析に用いられているケルビン線源関数の指数積分 $E(X)$ のべき級数展開のうち最初の 2 項のみを利用しているため，パラメータの同定精度が悪くなることがある上，試験時間を長くとる必要があった．ここでは，より高次項までを評価し，熱伝導率とともに体積熱容量関連パラメータも同時に同定できる逆解析法を紹介する．本法を用いると，TRT の早期データも利用できるため試験時間が短縮できるうえ，正確に熱伝導率が評価できる．そこで，本法の土壌物理分野への応用を念頭に，様々な条件下にあるフィールドに適用された事例を紹介する．

キーワード：熱応答試験（TRT），ケルビンの線源関数，パウエルの最適化法，体積熱容量，真の熱伝導率