J. Jpn. Soc. Soil Phys.
土壌の物理性
No. 137, p.11 ～ 18 (2017)

論　文
Original Paper

土壌中の不安定な密度勾配から生じる対流の模擬実験に対する線形安定解析

深田耕太郎 [1]・木原康孝 [1]

Linear stability analysis of a novel experimental simulation of convection driven by an unstable density gradient in soil

Kotaro FUKADA[1] and Yasutaka KIHARA[1]

Abstract: When the upper part of a soil solution has a larger density than the lower part, an unstable layer develops, and convection may occur. However, our theoretical understanding of this convective flow pattern is limited, given the complexity of its governing equations. In this study, we conducted a simple experiment to generate convection, and used linear stability theory to explain its flow pattern. Glass beads with 0.2-mm diameter were placed in a 6×14×1 cm rectangular container. The lower half of this container was saturated with water, while the upper half was saturated with a concentrated and regulated NaCl solution. The resulting solution density interface undulated, and finger convection emerged. We found that the average speed of the fingers could be expressed using the equation: hydraulic conductivity×solution density difference / solution density of the lower part. This is consistent with predictions from linear stability theory. We also found that the number of fingers had a non-linear relationship with the solution density difference. The number of fingers corresponded to the wave number for the larger steady solution, when the length of the density gradient area was twice the distance from the density interface to the front of the finger.

Key Words : glass beads, density-driven flow, visualization, linear stability theory, finger

1. はじめに

重い流体が軽い流体の上にある場合，系が不安定となり，対流が生じる場合がある．対流は，大気や海洋あるいは日常生活で起きているありふれた現象である．中でも，ベナール対流やソルトフィンガー（Turner, 1973）などは有名である．

土壌中でも対流は生じる．塩湖では，蒸発によって湖が干上がる際に，水分飽和状態の湖底表層付近の土中水が高密度状態となり，不安定性が拡大して下向きの流れが生じると考えられている（Duffy and Al-Hassan, 1988 ; Wood and Sanford, 1990）．この様な流れを密度流と呼ぶこともある．Wooding et al.（1997a, b）は Hele-Shaw 型の塩湖のモデルで対流の発生を確認している．その流れ模様は，まず密度勾配領域が波のように揺らぎ，時間とともにフィンガーやプルームと呼ばれる溶液の降下へと発展する．対流は，沿岸域の帯水層が塩類化する要因と考えられている（Post and Kooi, 2003）．他にも，廃棄物処理場から漏出した溶液（Zhang and Schwarts, 1995）や，斜面の土壌空気（Rose and Guo, 1995）に対して，対流の発生が予想されている．

対流現象に特徴的なものに，流れ模様の自発的な形成がある．例えばベナール対流では，ベナールセルと呼ばれる 1 つの対流の要素が蜂の巣状に並んだ模様が形成される．

対流現象の理論的説明は，レーリーが線形安定論と呼ばれる手法を考案することに始まる．線形安定論とは，対流の支配方程式を満足する解に対してある攪乱を重ね，その攪乱が時間的に発達するかを調べることで，解が実現するか吟味するというものである（木村, 1983）．例えば，重い流体が軽い流体の上にある場合，流れないという解は支配方程式と境界条件を満足する．しかし，重ねた攪乱が発達する場合は実現しないと考える．レーリーは対流模様が水平方向に繰り返すことから，攪乱の流れ関数を $\Phi(z_*)\sin(k_*x_*)$ と与えた．ここで，x_* は水平方向の座標，z_* は鉛直方向の座標，k_* は波数であり，単位長さあたりの波の個数の 2π 倍である．セルの大きさは波数で表され，密度勾配との関係が明らかになっている（Turner, 1973）．

土壌中の対流の場合も同様に，不安定となる層が初期に形成する波動模様についての波数，あるいは，単位長さあたりのフィンガーの本数などによって流れ模様が評価される．フィンガーの移動速度も重要な指標である．これらについて理論的に説明すること，つまり，ある時刻における流れ模様を予測することには課題がある．

対流の支配方程式は難解である．加えて，上側境界で溶液密度を一定にするなど，表現したい系に合わせて

[1]Faculty of life and environmental science, Shimane University, Nishikawatsu-cho, Matsue city, Shimane prefecture 690-8504 Japan. Corresponding author: 深田耕太郎, 島根大学生物資源科学部.
2017 年 3 月 27 日受稿　2017 年 8 月 16 日受理

境界条件が拘束される．そのため数値計算手法が利用されているが，実験との一致は限られている．例えば，Wooding et al.（1997a, b）の計算は実験よりもたくさんのフィンガーを生み出し，移動速度は 2 倍程度大きかった．Cremer and Graf（2015）は，初期条件として与える密度の揺らぎの大きさによって，計算が実験と一致する場合としない場合があると報告した．Tan et al.（2003）は独自の理論を提案し数値計算と比較したが，数値計算から求めた波数は理論の 2 倍程度大きかった．

原因の一端は数値計算手法にある．Mazzia et al.（2001）の研究では，計算格子数を増加させても数値解は収束しなかった．また，流れを起こすためには密度の揺らぎを与える必要があり，その大きさがその後の流れ模様に影響することが分かっている（Simmons et al., 1999 ; Cremer and Graf, 2015）．Diersch and Kolditz（2002）が総括しているように，安定した数値計算手法と不安定である系の表現は，同時に求めることが難しい．

一方で，現象の複雑さそのものも原因の一つといえる．例えば van Reeuwijk et al.（2009）は Elder problem（Elder, 1967）と呼ばれるモデルが初期値に依存した複数の定常解をもつことを示した．この結果は，他の土壌対流系でも解が唯一ではない可能性を示唆している．対流現象はカオス的であり，長期的には，波数やフィンガーの本数ではなく，系の全質量や重心の位置が予測しやすいと考えられている（Xie et al., 2010 ; 2011 ; 2012）．

線形安定論は，数値計算ほど土壌中の流れに対する適用が検討されていないようである．その理由はおそらく，塩湖のモデルのように蒸発による密度勾配の増加などがあると，系が複雑になるためと考えられる．そこで，NaCl を含む高溶液密度の土壌層を厚み 3 cm だけ用意し，NaCl を含まない溶液密度の土壌層 3 cm の上に置くという実験系を用いることにした．この系では不安定な密度勾配が実験開始時に与えられ，流れが生じても上下層間の密度差がしばらく維持されることが期待できる．本研究の目的は，線形安定論によって，密度差とフィンガーの移動速度および数の関係を説明することである．

2. 実験方法

試料として粒径 0.2 mm のガラスビーズを用いた．水分飽和状態にし，縦 6 cm，横 14 cm，幅 1 cm のアクリル製直方体容器に 3 cm 分充填した．次に，NaCl を加えて所定の密度に調整した溶液を作り，これらの溶液で飽和したガラスビーズを容器に加えてさらに 3 cm 分充填した．間隙率は約 40 %である．下側の溶液密度は 1000 kg m^{-3} で共通であり，上側の溶液密度は，1010，1050，1100，1150 kg m^{-3} の 4 種類に設定した．したがって，上側と下側の溶液の密度差は，10，50，100，150 kg m^{-3} である．上側か下側をブリリアントブルーで着色し，側面から流れを観察できるようにした．ブリリアントブルーの使用量は密度の影響を無視できる程度に少ない．実験温度は 20 ℃である．上側半分の試料の充填に 10 秒程度要した．その直後に試料を静置し，経過時間の測定を開始した．

この状態で実験を開始すると，水と NaCl 溶液の密度界面で波模様が発達し，フィンガーとなって移動する．上側を着色した場合は，下降するフィンガーが青色となり，下側を着色すれば上昇するフィンガーが青色となる．しかしどちらの場合も，もともと着色されていた部分に侵入する無着色のフィンガーは見えづらい．そのため，無着色の溶液中に侵入した着色のフィンガーに対して，移動速度とフィンガーの本数を求めることにした．

フィンガーの一つが容器の底部あるいは頂部に到達した段階で，フィンガーの本数を数えた．このタイミングにしたのは，時間経過とともにフィンガーがより明瞭に区別できるようになるためである．ただし，どの部分を 1 つのフィンガーとするかについての判断には主観性が入っている．着色部には濃淡が生じることと，模様は完全に規則的ではないことにより，観察者によって数本程度の差が生じる可能性がある．

フィンガーの移動速度は，フィンガーの本数の決定と同じタイミングで，初期密度界面から各フィンガーの先端までの距離を求め，経過時間で割って速度とし，フィンガー一本についての平均値を求めた．フィンガーの移動速度と本数を数えた時刻は，およそ，実験開始から 5 時間後（上側の溶液密度 1010 kg m^{-3}），40 分後（1050 kg m^{-3}），20 分後（1100 kg m^{-3}），15 分後（1150 kg m^{-3}）である．

各濃度条件に対し，実験を 5 回繰り返し，うち 1 回は下側を着色した．

3. 線形安定論

線形安定論は，密度の影響を近似的に考慮した方程式系（ブシネスク系）に対し，ある攪乱を与えて，その時間発展を見るというものである．攪乱が減衰すれば安定であり，成長すれば不安定である．攪乱が減衰も成長もしない場合は定常である．土壌中の対流について線形安定論を与えたのは Horton and Rogers（1945）と Lapwood（1948）である．整理されたものは，Combarnous and Bories（1975），Nield and Bejan（1992）に詳しい．これらの文献は熱対流の視点から書かれているが，密度変化の原因が異なる点を除けば，以下の内容と同じである．なお，式展開の方法と流れ関数の仮定については，Chandrasekhar（1981）と木村（1983）を参考にした．

支配方程式は，連続式，運動方程式，拡散方程式である．以下では 2 次元を考える．また，流れ関数 ψ_* を導入する．これにより，連続式は自動的に満たされる．x, z 軸方向の運動方程式，拡散方程式は，それぞれ，

x 方向の運動方程式，

$$\frac{\partial u_*}{\partial t_*} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'_*}{\partial x_*} + \frac{g}{K}u_* \tag{1}$$

z 方向の運動方程式,

$$\frac{\partial w_*}{\partial t_*} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'_*}{\partial z_*} - \frac{g\rho'_*}{\rho_0} + \frac{g}{K}w_* \tag{2}$$

拡散方程式,

$$\frac{\partial \rho'_*}{\partial t_*} + w_*\Gamma = \kappa\nabla_*^2\rho'_* \tag{3}$$

と書ける．ここで，u_*，w_* は x 方向と z 方向の流速（m s^{-1}），p'_* は圧力の撹乱（Pa），ρ'_* は密度の撹乱（kg m^{-3}）であり，4 つの方程式によって解くべき変数である．また，ρ_0 は水の密度（1000 kg m^{-3}），g は重力加速度（9.8 m s^{-2}），K は飽和透水係数（2×10^{-4} m s^{-1}），Γ は密度勾配（kg m^{-4}），κ は拡散係数（10^{-9} m^2 s^{-1}）である．

流れ関数 ψ_* と流速 u_*，w_* の関係は,

$$\begin{aligned} u_* &= \frac{\partial \psi_*}{\partial z_*} \\ w_* &= -\frac{\partial \psi_*}{\partial x_*} \end{aligned} \tag{4}$$

である．

式（1）と（2）をそれぞれ z_* と x_* で偏微分し，両者の差をとると,

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t_*}\left(\frac{\partial^2\psi_*}{\partial x_*^2} + \frac{\partial^2\psi_*}{\partial z_*^2}\right) \\ &= \frac{g}{K}\left(\frac{\partial^2\psi_*}{\partial x_*^2} + \frac{\partial^2\psi_*}{\partial z_*^2}\right) - \frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho'_*}{\partial x_*} \\ &\frac{\partial}{\partial t_*}\nabla_*^2\psi_* = \frac{g}{K}\nabla_*^2\psi_* - \frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho'_*}{\partial x_*} \\ &\left(\frac{\partial}{\partial t_*} - \frac{g}{K}\right)\nabla_*^2\psi_* = -\frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho'_*}{\partial x_*} \end{aligned} \tag{5}$$

式（3）を x_* で偏微分すると,

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t_*}\left(-\frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho'_*}{\partial x_*}\right) + \Gamma\left(-\frac{g}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x_*}\right)\left(-\frac{\partial \psi_*}{\partial x_*}\right) \\ &\qquad = \kappa\nabla_*^2\left(-\frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho'_*}{\partial x_*}\right) \end{aligned} \tag{6}$$

となり，式（6）に式（5）を代入して整理すると,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t_*} - \kappa\nabla_*^2\right)\left(\frac{\partial}{\partial t_*} - \frac{g}{K}\right)\nabla_*^2\psi_* = -\frac{g\Gamma}{\rho_0}\frac{\partial^2\psi_*}{\partial x_*^2} \tag{7}$$

を得る．

次に，式（7）を無次元化するために

$$\begin{aligned} x_* &= L\cdot x \\ t_* &= \frac{L}{K}\cdot t \\ \psi_* &= LK\cdot\psi \end{aligned} \tag{8}$$

を式（7）に代入する．ここで，L は密度勾配の存在する z 方向の範囲（m）とする（したがって，上側溶液と下側溶液の密度差を $\Delta\rho$ と書くと，$\Gamma = \Delta\rho/L$）．すると,

$$\begin{aligned} &\left(\frac{K}{L}\frac{\partial}{\partial t} - \kappa\frac{1}{L^2}\nabla^2\right)\left(\frac{K}{L}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{g}{K}\right)\frac{1}{L^2}\nabla^2 LK\psi \\ &\qquad = -\frac{g\Gamma}{\rho_0}\frac{1}{L^2}\frac{\partial^2 LK\psi}{\partial x^2} \\ &\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\kappa}{KL}\nabla^2\right)\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{gL}{K^2}\right)\nabla^2\psi \\ &\qquad = -\frac{g\Gamma}{\rho_0}\frac{L^2}{K^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} \end{aligned} \tag{9}$$

となる．定常の場合は，$\partial/\partial t = 0$ より，

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{\kappa}{KL}\nabla^2\right)\left(-\frac{gL}{K^2}\right)\nabla^2\psi = -\frac{g\Gamma}{\rho_0}\frac{L^2}{K^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} \\ &\nabla^2\nabla^2\psi = -R\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} \\ &R = \frac{K\Gamma L^2}{\kappa\rho_0} \end{aligned} \tag{10}$$

ここで，R はレーリー数と呼ばれる無次元量である．

流れ模様が水平方向に繰り返すことから，次式の流れ関数を用いることにする．

$$\psi = \Phi(z)\sin(kx) \tag{11}$$

ここで k は x 方向の（無次元化された）波数である（$k_* = k/L$）．波数とは，単位長さあたりの波の個数を 2π 倍したものである．次に，波数 k_* とフィンガーの本数の間に次式が成り立つと仮定する．

$$\text{本数} = 0.14\frac{k_*}{2\pi} \tag{12}$$

ここで 0.14 は実験装置の横の長さ（m）である．

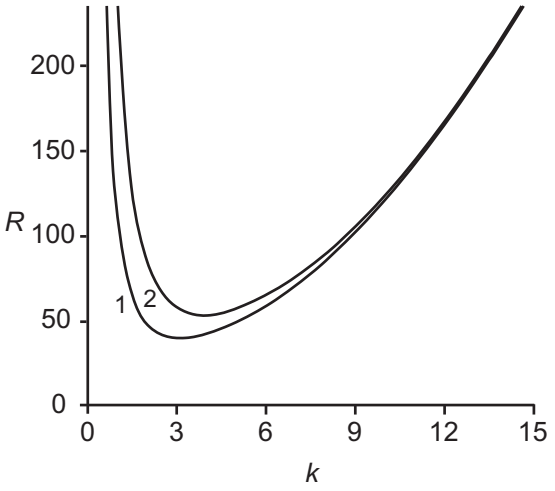


Fig. 1 波数 k とレーリー数 R の関係．1 が両側自由端の場合（式（14））．2 が自由端–固定端の場合（式（16））．
Relationship between the wave number (k) and the Rayleigh number (R). Curve 1 shows the two free boundaries. Curve 2 shows one rigid and one free boundary.

方程式（10）と境界条件を満たす解の中で，式（11）で表されるものを見つけることができれば，k と R の関係が得られる．R の中に密度差が含まれ，k_* とフィンガーの本数が式（12）によって関係づけられている．これらにより，密度差とフィンガーの本数の関係が得られる．

密度勾配の存在範囲 L は，実験開始時はほぼゼロであり，時間とともに増加する．そこで，フィンガーをある L における対流の定常解で近似的に表すことを考える．例えば $L<6$ cm では，流れが生じている層の上下に流れの生じていない層が存在することになる．これを近似的に表す定常解では，2 層の境界で流体は z 方向には運動できないが，水平方向には運動できると想定できる．この条件を式で書くと，境界において $du/dz=0$, $w=0$ である．ここで，u と w はそれぞれ x 方向と z 方向の無次元化された流速である（$u_*=Ku$, $w_*=Kw$）．次の関数，

$$\Phi(z)=A\sin(\pi z) \tag{13}$$

は $z=0,1$ で $du/dz=0$, $w=0$ を満たしている．A は定数である．このときの k と R の関係は，式（10），（11），（13）より，

$$R=\frac{(k^2+\pi^2)^2}{k^2} \tag{14}$$

である（Fig. 1 の曲線 1）．

流れが全領域（$L=6$ cm）で生じている場合は，上側の境界条件は $du/dz=0$, $w=0$，下側の境界条件は $u=w=0$ である．この場合，

$$\Phi(z)=B_0\sin(q_0z)+B_1\sinh(q_1z) \tag{15}$$

とおける．B_0、B_1，q_0，q_1 は定数である．式（15）は $z=0$ で上側の境界条件を満たしている．また，$z=1$ か -1 で下側の境界条件を満たすように B_0，B_1，q_0，q_1 を決定できる（例えば，$k=3.95$，$R=53.4$，$q_0=3.64$，$q_1=6.67$，$B_1/B_0=0.00115$）．このときの k と R の関係は，式（10），（11），（15）より，

$$q_1\sin q_0\cosh q_1-q_0\cos q_0\sinh q_1=0$$

$$q_0=k\sqrt{\tau-1},\quad q_1=k\sqrt{\tau+1}$$

$$\tau=\frac{\sqrt{R}}{k} \tag{16}$$

である（Fig.1 の曲線 2）．

以上の結果を用いて，フィンガーの本数について 3 つの予測を立てた（Table 1）．1 つ目は，臨界点（$dR/dk=0$ の点）における波数がフィンガーの本数になるというものである．式（14）より，臨界点では $R=4\pi^2$, $k=\pi$ である．2 つ目と 3 つ目は，ある L に対する波数がフィンガーの本数になるというものである．フィンガーの本数を数えた時のフィンガーの移動距離は少なくとも半分（1.5 cm）程度～最大（3 cm）であることから，フィンガーが上下へ移動することを考えて，ここでは L を 3 cm と 6 cm とした．このとき R は臨界点を超えているため，k には 2 つの解が存在する（Fig. 1）．2 つの解の間に存在する波数の撹乱は発達すると考えられる（木村，1983）．したがって予測値はある範囲で与えられる．

Table 1 フィンガーの本数の予測値と測定値．
Predicted and measured value for the number of fingers.

	予測値①			予測値②			予測値③			測定値
$\Delta\rho$	L	R	本数	L	R	本数	L	R	本数	本数
kg m^{-3}	mm	–	本 /14cm	mm	–	本 /14cm	mm	–	本 /14cm	本 /14cm
10	20	$4\pi^2$	4	30	60	1– 5	60	120	1– 4	6– 8
50	4	$4\pi^2$	18	30	300	0–12	60	600	0– 9	12–15
100	2	$4\pi^2$	35	30	600	0–18	60	1200	0–13	16–18
150	1	$4\pi^2$	53	30	900	0–22	60	1800	0–16	17–20

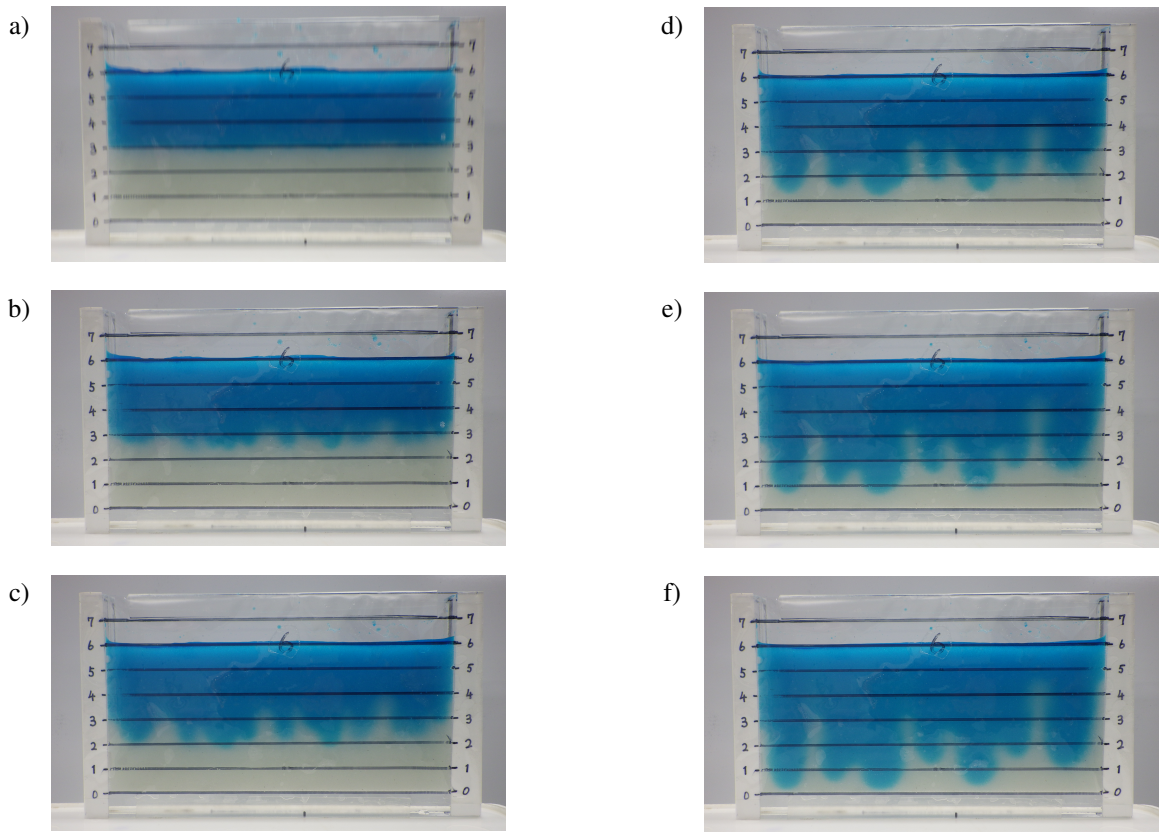


Fig. 2 フィンガーの発達（上側の溶液密度が 1010 kg m^{-3} の場合）．（a-f）実験開始時，1，2，3，4，5 時間後．
Development of fingers in the upper layer of a 1010-kg m^{-3} solution. (a-f) Elapsed times are 0, 1, 2, 3, 4, 5 hours.

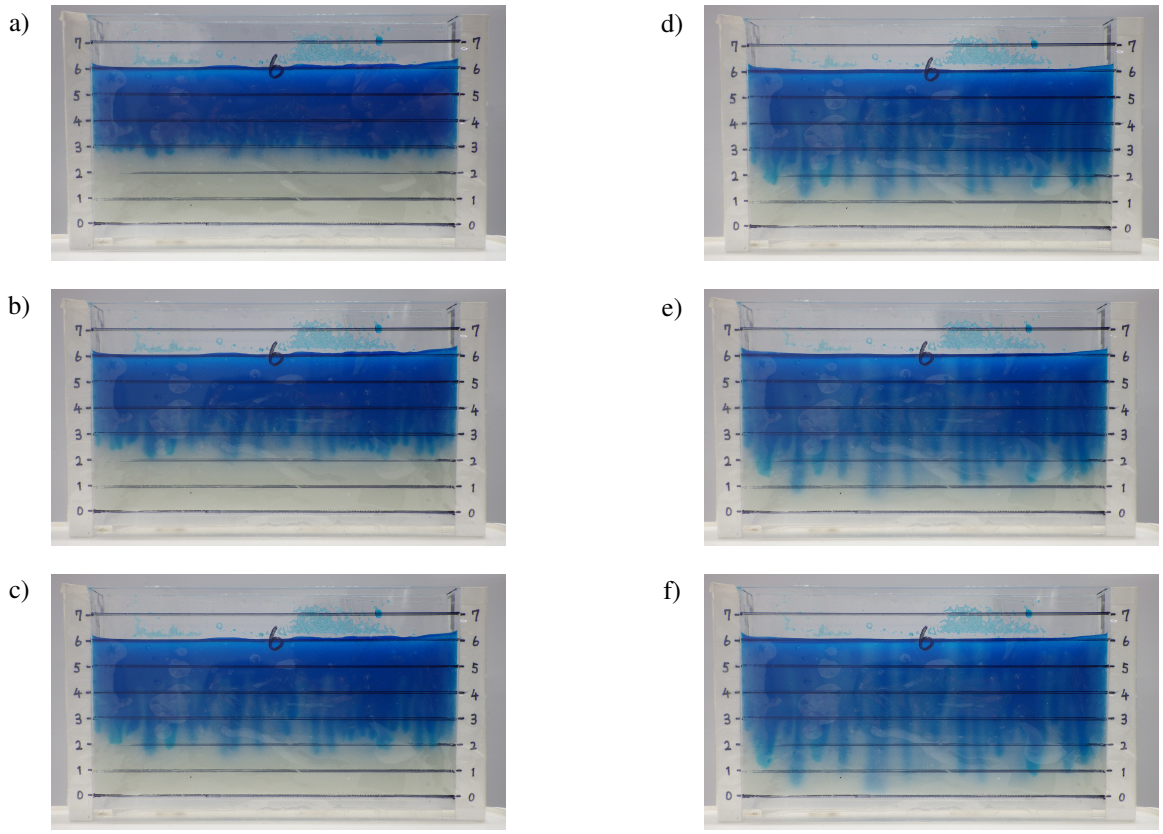


Fig. 3 フィンガーの発達（上側の溶液密度が 1100 kg m^{-3} の場合）．（a-f）実験開始時，4，8，12，16，20 分後．
Development of fingers in the upper layer of a 1100-kg m^{-3} solution. (a-f) Elapsed times are 0, 4, 8, 12, 16, 20 minutes.

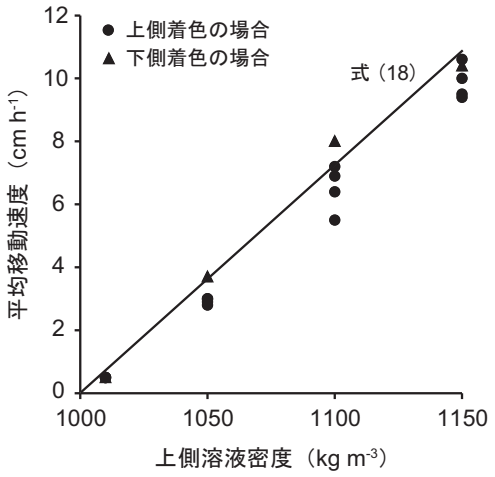


Fig. 4 上側溶液密度とフィンガーの移動速度の関係.
Relationship between solution density and speed of the fingers in the upper layer.

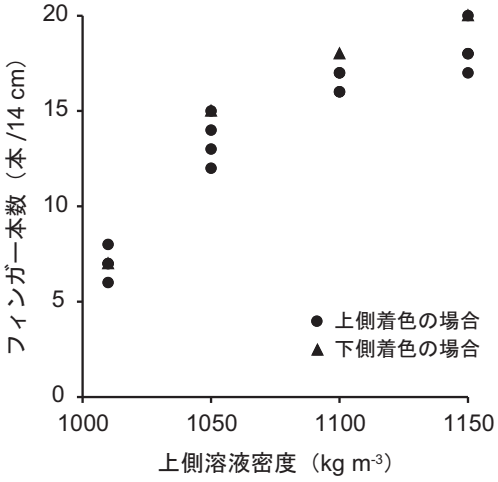


Fig. 5 上側溶液密度とフィンガーの本数の関係.
Relationship between solution density and the number of fingers in the upper layer.

最後に，フィンガーの移動速度を予測する式を，定常状態の w_* から求める．式（2）で $\partial/\partial t_* = 0$ とすると，

$$0 = -\frac{g\rho'_*}{\rho_0} + \frac{g}{K}w_*$$

$$w_* = K\frac{\rho'_*}{\rho_0} \tag{17}$$

となる．ρ'_* の大きさは線形安定論では求めることができない（木村，1983）．そこで，実験条件の中から代わりに密度差 $\Delta\rho$ を用いる．これより，

$$\text{移動速度} = K\frac{\Delta\rho}{\rho_0} \tag{18}$$

とした． Post and Kooi（2003）と Xie et al.（2011）は，数値計算結果から評価したフィンガーの移動速度と式（18）から計算した移動速度を比較している．このとき，ρ_0 は計算領域全体の初期溶液密度（1000 kg m^{-3}），$\Delta\rho$ は上側境界条件の溶液密度（1025 と 1200 kg m^{-3}）と ρ_0 の差として与えられている．その結果は，数値計算から得た移動速度は式（18）で得られる値より定数倍（0.115 と 0.22）だけ小さいというものである．

4. 結果と考察

Fig. 2 は，上側の溶液密度を 1010 kg m^{-3} とした場合の，実験開始から 1 時間ごとの容器側面を写したものである．黒線は 1 cm 間隔で引かれている．数字の 6 が試料の表面で，0 が試料の底面である．開始時は上側 3 cm が青い状態である（Fig. 2a）．1 時間後には密度界面が波打っている（2b）．その後，振幅が拡大するように下降するフィンガーが形成され（2c ～ 2e），約 5 時間で底部まで到達した（2f）．移動速度や模様の形成から考えて，これが拡散ではなく，密度勾配に起因して生じた下向きの流れであるのは明らかである．

Fig. 3 は上側の溶液密度を 1100 kg m^{-3} とした場合の結果である．各写真の時間間隔は 4 分である．Fig. 3a は開始時としているが，すでに密度界面に揺らぎが認められる．これは試料の作成中に変化が生じたことを示している．Fig. 2 との違いは，移動速度が大きくなっていること，そして，フィンガーが細くなっていることである．

Fig. 4 は上側溶液密度とフィンガーの移動速度の関係である．下側溶液を着色した場合の結果を▲で示したが，上側溶液を着色した場合の結果と大きく違わなかった．これにより，下向きの流れと同様の上向きの流れがあることが確認できた．ある程度のばらつきが認められるが，移動速度と上側溶液密度には線形な関係がある．

Fig. 4 の直線は式（18）を示したものである．予測値と測定値はよく一致している．これより，本実験におけるフィンガーの移動速度は，式（18）で与えられることが分かった．3 章で述べたように，Post and Kooi（2003）と Xie et al.（2011）は数値計算の結果から，フィンガーの移動速度は密度差に比例するが，式（18）より定数倍（0.115 と 0.22）だけ小さいと報告した．これらは今回得た結果と異なる．その理由として，本実験系では，上半分に高密度の溶液が十分な量存在し，密度差を維持できたためと考えられる．

Fig. 5 は上側溶液密度とフィンガーの本数の関係を示したものである．上下の着色による（●と▲の）違いは認められない．密度差の増加とともに，フィンガーの本数は増えた．値にばらつきがあるものの，両者の関係は非線形的である．

Table 1 の右端の列にフィンガーの本数の測定値を示した．臨界点を用いた予測値①は密度差が 10，50 kg m^{-3} のとき，測定値とある程度一致しているが，密度差が大きくなると外れている．臨界点の波数は L に反比例する（$k_* = k/L = \pi/L$）が，レーリー数の定義（式（10））よ

り，$\Gamma L^2 = (\Delta\rho/L)L^2 = \Delta\rho L$ で一定となり，臨界点における L は密度差に反比例する．したがって臨界点では波数 k_* は密度差 $\Delta\rho$ に比例する．これは実験結果の非線形性を説明できていない．一方で，L を 3 cm と 6 cm とした場合の予測値②と③の中の最大値は，実験結果の非線形性をよく表している．

以上の結果から，フィンガーの移動を L が増加する対流現象として解釈できると考えられる．フィンガーの本数について，予測範囲の最大値が測定値と対応する理由として，臨界点における初期値に依存している可能性がある．しかし，この考えに従えば，例えば密度差 100 kg m^{-3} のフィンガーの本数は Table 1 より 35 本から 13 本まで減少したことになるが，その傾向は観察からは明確には読み取れなかった（Fig. 3）．フィンガーの観察結果だけでこれ以上議論を進めるのは難しい．解析を進めるためには，溶液密度の空間分布とその時間変化などの測定値が必要である．

5. 結論

本研究で調べたのは，重い流体が軽い流体の上に同じ厚みだけ存在する 2 次元の系である．この系では，密度界面が揺らぎ，フィンガーが生じる．フィンガーの移動速度は，上側溶液と下側溶液の密度差 / 下側溶液密度と飽和透水係数の積である．また，密度界面からフィンガー先端までの距離の 2 倍で密度勾配の範囲を表したとき，対流の定常解の波数のうち大きい方がフィンガーの本数に対応する．

引用文献

Chandrasekhar, S. (1981): Hydrodynamic and hydromagnetic stability, pp. 34–43. Dover, NewYork.

Combarnous, M.A. and Bories, S.A. (1975): Hydrothermal convection in saturated porous media. Adv. Hydrosci., 10: 231–307

Cremer, C.J. and Graf, T. (2015): Generation of dense plume fingers in saturated-unsaturated homogeneous porous media. J. Contam. Hydrol., 173: 69–82.

Diersch, H.-J.G. and Kolditz, O. (2002): Variable-density flow and transport in porous media: approaches and challenges. Adv. Water Resour., 25: 899–944.

Duffy, C.J. and Al-Hassan, S. (1988): Groundwater circulation in a closed desert basin: topographic scaling and climatic forcing. Water Resour. Res., 24: 1675–1688.

Elder, J. W. (1967): Transient convection in a porous medium. J. Fluid Mech., 27: 609-623.

Horton, C.W. and Rogers, F.T. (1945): Convection currents in a porous medium. J. Appl. Phys., 16: 367–370.

木村竜治 (1983): 地球流体力学入門 — 大気と海洋の流れのしくみ —, pp. 123-144. 東京堂出版, 東京.

Lapwood, E.R. (1948): Convection of a fluid in a porous medium. Math. Proc. Cambridge., 44: 508–521.

Mazzia, A., Bergamaschi, L. and Putti, M. (2001): On the reliability of numerical solutions of brine transport in groundwater: analysis of infiltration from a salt lake. Transport Porous Med., 43: 65–86.

Nield, D.A. and Bejan, A. (1992): Convection in porous media, pp. 141–210, Springer-Verlag, New York.

Post, V.E.A. and Kooi, H. (2003): Rates of salinization by free convection in high-permeability sediments: insights from numerical modeling and application to the Dutch coastal area. Hydrogeol. J., 11: 549–559.

Rose, A.W. and Guo, W. (1995): Thermal convection of soil air on hillsides. Environ. Geol., 25: 258–262.

Simmons, C.T. Narayan, K.A. and Wooding, R.A. (1999): On a test case for density-dependent groundwater flow and solute transport models: the salt lake problem. Water Resour. Res., 35: 3607–3620.

Tan, K.-K., Sam, T. and Jamaludin, H. (2003): The onset of transient convection in bottom heated porous media. Int. J. Heat Mass Transfer, 46: 2857–2873.

Turner, J.S. (1973): Buoyancy effects in fluids, pp. 207–215. Cambridge University Press, Cambridge.

van Reeuwijk, M., Mathias, S.A., Simmons, C.T. and Ward, J.D. (2009): Insights from a pseudospectral approach to the Elder problem. Water Resour. Res., 45: W04416.

Wood, W.W. and Sanford, W.E. (1990): Ground-water control of evaporate deposition. Econ. Geol., 85: 1226–1235.

Wooding, R.A., Tyler, S.W. and White, I. (1997a): Convection in groundwater below an evaporating salt lake: 1. onset of instability. Water Resour. Res., 33: 1199–1217.

Wooding, R.A., Tyler, S.W., White, I. and Anderson, P.A. (1997b): Convection in groundwater below an evaporating salt lake: 2. evolution of fingers or plumes. Water Resour. Res., 33: 1219–1228.

Xie, Y., Simmons, C.T., Werner, A.D. and Ward, J.D. (2010): Effect of transient solute loading on free convection in porous media. Water Resour. Res., 46: W11511.

Xie, Y., Simmons, C. T. and Werner, A. D. (2011): Speed of free convective fingering in porous media. Water Resour. Res., 47: W11501.

Xie, Y., Simmons, C.T., Werner, A.D. and Diersch, H.-J.G. (2012): Prediction and uncertainty of free convection phenomena in porous media. Water Resour. Res., 48: W02535.

Zhang, H. and Schwartz, F.W. (1995): Multispecies contaminant plumes in variable density flow systems. Water Resour. Res., 31: 837–847.

要　　旨

土壌中において溶液の上部が高密度になると，不安定な層が形成され対流が生じる場合がある．しかし，支配方程式の難解さのため，流れ模様の理論的な理解は限定的である．そこで，対流を発生させる比較的単純な実験を考案し，線形安定論の適用を試みた．6×14×1 cm の直方体容器に粒径 0.2 mm のガラスビーズを充填した．そして，下側半分を水で飽和し，上側半分を所定の密度に調整した NaCl 溶液で飽和した．その結果，密度界面が揺らぎフィンガーが発生した．フィンガーの平均移動速度は線形安定論の予測（飽和透水係数×溶液密度差 / 下側溶液密度）と一致した．また，フィンガーの本数は溶液密度差と非線形な関係を示した．密度界面からフィンガー先端までの距離の 2 倍で密度勾配の範囲を表したとき，対流の定常解の波数のうち大きい方がフィンガーの本数に対応することが明らかになった．

キーワード：ガラスビーズ，密度流，可視化，線形安定論，フィンガー