J. Jpn. Soc. Soil Phys.
土壌の物理性
No. 154 p.29 ～ 32 (2023)

資　料
Miscellaneous

再訪：土壌の微細形態のフラクタル次元

宮本輝仁 [1]・久保寺秀夫 [2]

Revisiting the fractal dimension of soil micro morphology

Teruhito MIYAMOTO[1] and Hideo KUBOTERA[2]

1. はじめに

土壌構造を記述する方法の一つとして土壌断面内の固相と間隙の分布をフラクタル理論によって記述する方法がある．フラクタル理論は Mandelbrot（1982）によって提唱されたもので，ユークリッド幾何学では記述できない不規則な物体の形状を記述できるという特徴がある．フラクタル図形は全体と部分が自己相似になっており，特徴長さを持たないという性質がある．わが国でも広中（1985）や高安（1986）によってフラクタル理論が紹介され，その後，様々な分野で応用された．

土壌科学へのフラクタル理論の応用も 1980 年代後半から始まり，1990 年代には間隙分布や間隙表面積，粒径分布等の土壌物理特性の表記や土壌中のガスや微生物の拡散移動や水分溶質移動などの土壌物理過程の表記等への応用が検討された（例えば，Perfect and Kay, 1995; Giménez et al., 1997）．Hatano et al.（1992）は褐色森林土，暗赤色土，疑似グライ土，黒ボク土，火山放出未熟土の不攪乱土壌試料にメチレンブルー溶液を浸透させ，着色部分のフラクタル解析を行った．また，田村ら（1993）はススキ原野，アカマツ林，落葉広葉樹林を対象に植生遷移が黒ボク土の微細形態に及ぼす影響を検討し，フラクタル解析も行った．また，根系構造へのフラクタル解析も行われ（例えば，Tatsumi et al., 1989; 筑紫・広田, 1997），第 40 回土壌物理研究会シンポジウムでは「根系構造のとらえ方: フラクタル次元，空隙性およびマルチフラクタル」と題した講演が行われた（巽, 1999）．

Bittelli et al.（2015）の著した “Soil physics with python” には，土壌構造を記述する方法の一つとしてフラクタル解析が紹介され，フラクタル次元を算定する Python プログラムコード（PSP_boxCounting）が載せられている．土壌のフラクタル次元を求めるためにボックスカウンティング法（box counting technique）が採用されているが，従来法とは異なる部分もあるようだ．そこで，九州各地の黒ボク土地帯に分布する硬盤層の微細形態への適用を通して従来法と Bittelli et al.（2015）を比較した例を紹介する．

[1] 農研機構農村工学研究部門.
[2] 農研機構農業環境研究部門.
2023 年 6 月 1 日受稿　2023 年 6 月 5 日受理

2. 土壌のフラクタル次元の求め方

2.1 従来法

フラクタル次元を求める方法の一つにボックスカウンティング法がある．この方法では粗視化の程度を変化させて図形のフラクタル次元を算出する．最初，特徴長さ L_1 のボックスが選定され，対象とする図形を覆うのに必要なボックスの個数として N_1 が定義される．次に，形は同じであるが，最初のボックスより小さな特徴長さ L_2 を持つボックスが選ばれる．この場合，図形を覆うのに必要なボックスの個数 N_2 は増加する．さらにボックスの特徴長さ L を 0 に近づけていくと，図形を覆うのに必要なボックスの個数 $N(L)$ はさらに増加する．ボックスカウンティング法によるフラクタル次元 D は次のように定義される．

$$D = \lim_{L \to 0} \frac{\log N(L)}{\log(1/L)} \tag{1}$$

このため，L と $N(L)$ のそれぞれの対数値をプロットした後，回帰直線を求め，その傾きから D 値を求めることが通常行われる．

2.2 Bittelli et al.（2015）によるフラクタル次元の求め方

Bittelli et al.（2015）は，L_0 を任意の参照長さとするとフラクタル次元 D は次のように定義され，

$$D = \lim_{L \to 0} \frac{\log\left[N(L)/N(L_0)\right]}{\log(L_0/L)} \tag{2}$$

L が小さなときは

$$\left(\frac{L_0}{L}\right)^D \approx \frac{N(L)}{N(L_0)} \tag{3}$$

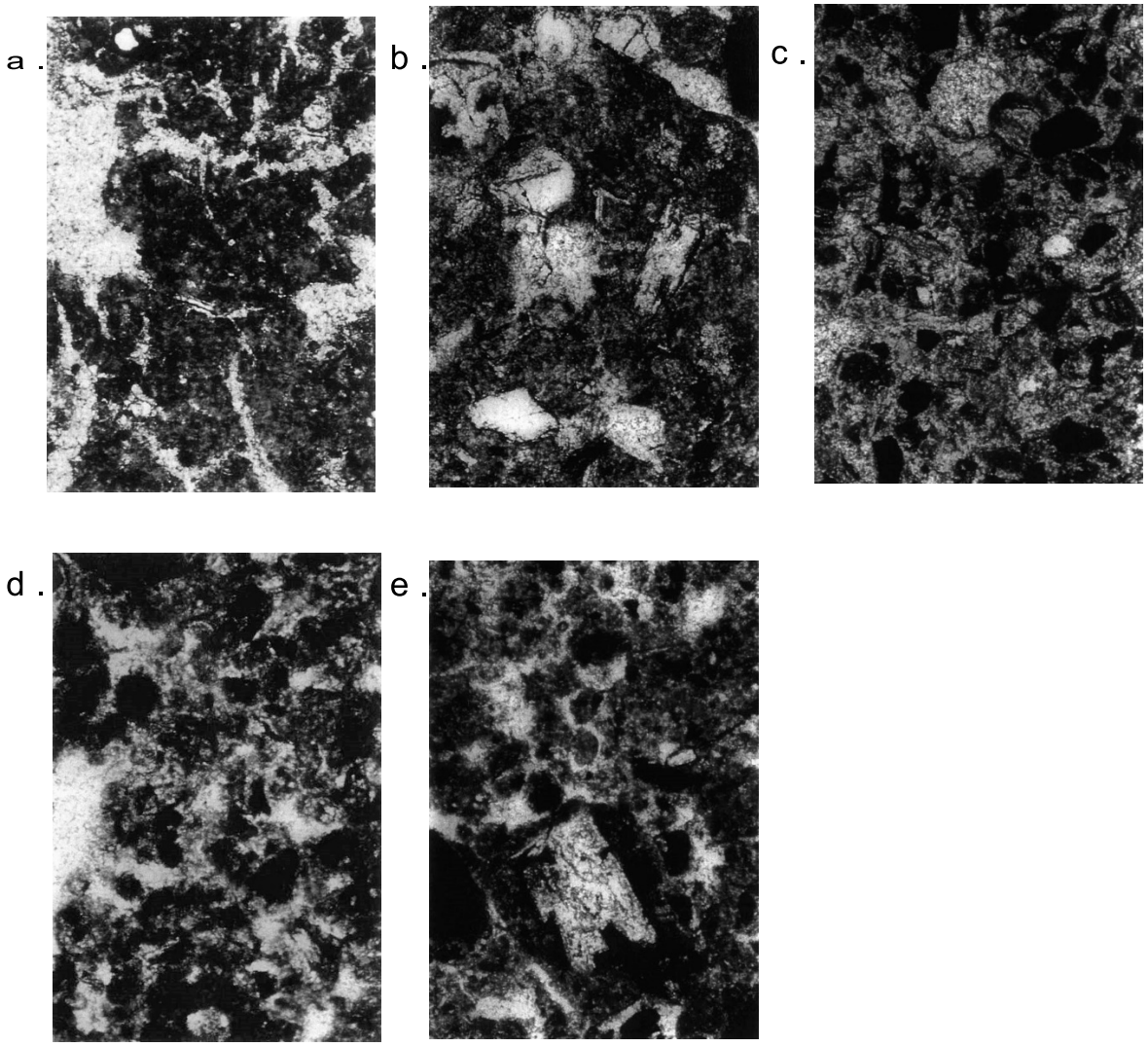


Fig. 1　耕盤層の微細形態（写真の短辺が 1mm）（a. ニガ土，b. かしの実層，c. バンバン，d. 花牟礼層，e. コラ）.

が成り立つことを用いてフラクタル次元を求める方法を提示している．従来法と異なり，L と $N(L)$ のそれぞれの対数値をプロットして，回帰直線を得る過程が省略され，逐次計算される D 値の収束を確認しながら 1 ピクセルの時の D 値を採用する．

3. 土壌の微細形態への適用例

久保寺（2000）は九州各地の黒ボク土地帯に分布する硬盤層の特性を明らかにしている．研究対象とした硬盤層は，阿蘇火山周辺に分布する埋没火山灰土壌の「ニガ土」，雲仙火山周辺に分布する「かしの実層」，阿蘇外輪山北東部に分布する「バンバン」，九重火山周辺に分布する「花牟礼層」および開聞火山周辺に分布する「コラ」である。各地点の代表断面より試料採取を行い，一般理化学性，元素組成，鉱物学的特性および微細形態を分析した．微細形態の観察には土壌薄片を用いた．土壌薄片は風乾した試料に樹脂と硬化剤を浸透，加熱固化，切断後研磨して作成した．

ボックスカウンティング法を適用した各硬盤層の土壌薄片を Fig. 1 に示す．久保寺（2000）の中から土壌薄片写真をスキャナーでディジタル画像として取得した．取得したディジタル画像を Adobe Photoshop を用いて 530×770 ピクセル前後まで画像解像度を下げた後，グレースケールに変換して用いた．これらのディジタル画像を PSP_boxCounting プログラムコードで読み込み，解析を行った． PSP_boxCounting プログラムコードはボックスカウンティング法による複数のボックスサイズと個数の関係を求める部分とその結果を利用して Bittelli et al.（2015）によりフラクタル次元を計算する部分から構成されている．そのため，先に得られるボックスサイズと個数の関係の出力値を用いて従来法の計算を行った．

ボックスカウンティング法による複数の L と $N(L)$ の関係を求め，両対数グラフにプロットした例を Fig. 2 に示す．「かしの実層（a）」では全範囲のデータを対象に一つの回帰直線が得られた．その傾きから D 値は 1.828 と求まり，フラクタルの特徴を有していると考えられた．これに対して「バンバン（b）」は $L = 0.012$ mm 前後を境

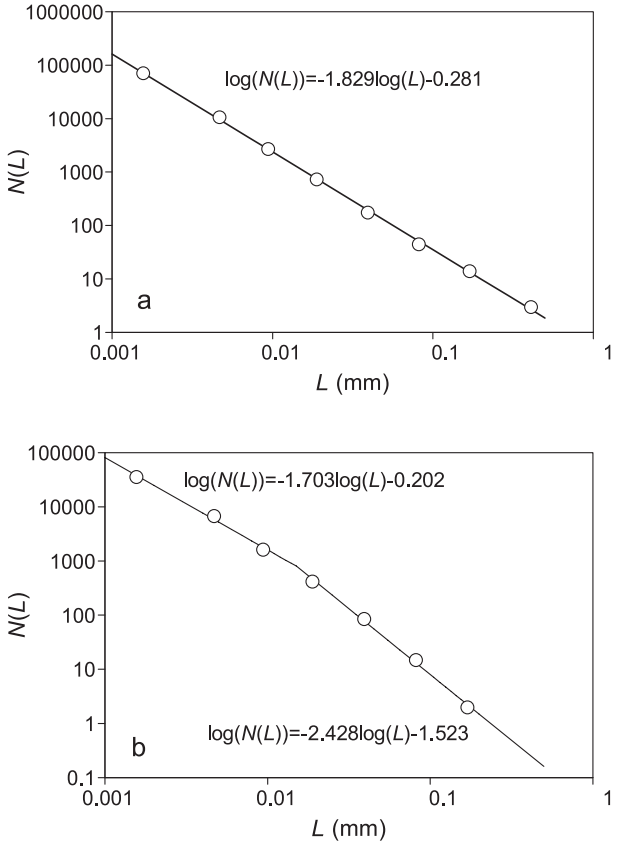
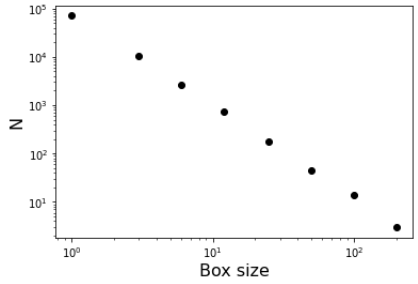


Fig. 2 「かしの実層（a）」と「バンバン（b）」の回帰直線で近似した例.




```
width = 531
height = 777
identifying pores...
% of pores = 17.147
box size = 200   pores = 3   L = 0.408   D = -1.226
box size = 100   pores = 14   L = 0.169   D = -1.485
box size = 50   pores = 45   L = 0.082   D = -1.519
box size = 25   pores = 175   L = 0.039   D = -1.594
box size = 12   pores = 734   L = 0.019   D = -1.661
box size = 6   pores = 2705   L = 0.009   D = -1.693
box size = 3   pores = 10643   L = 0.005   D = -1.728
box size = 1   pores = 70748   L = 0.002   D = -1.727
```

Fig. 3 PSP_boxCounting プログラムコード（Bittelli et al., 2015）により「かしの実層」のフラクタル解析を行った結果.

に，0.012 mm 以下では回帰直線の傾きから求められた D 値は 1.703 でありフラクタルの特徴があった．一方，0.012 mm 以上では D 値が 2.428 となりフラクタルではないと考えられた．このようなフラクタルの特性が観察できるスケール範囲があることについて波多野（2000）も解説しており，従来法によりフラクタル次元を求める時には注意が必要である．

Bittelli et al.（2015）により「かしの実層」のフラクタル解析を行った例を示す（Fig. 3）．プログラムを実行すると Fig. 3 下のような解析結果がコンソール上に表示されるとともに Fig. 3 上のようなボックスサイズと個数の関係がプロットされる．解析に用いた「かしの実層」の画像は縦 777 ピクセル，横 531 ピクセルから成り，解析により得られた間隙率は 17.1 %であった．初期のボックスサイズは縦横 200 ピクセルに設定され，そのサイズで画像全体を覆ったとき，空隙を含むボックスは 3 個であった．ボックスサイズを半分にしながら繰り返し空隙を含むボックスの個数を算定し，フラクタル次元を求めると最終的には 1.727 と求められた．

Bittelli et al.（2015）により求められたフラクタル次元は従来法で求めた値と比較して小さくなった．全ての硬盤層についても同様にフラクタル解析した結果を Table 1 に示す．その原因として（3）式の近似によりフラクタル次元を求めていることが考えられるが，詳細は不明である．硬盤層で得られたフラクタル次元の範囲は従来法で 1.703 ～ 1.867 であり，Bittelli et al.（2015）による方法で 1.622 ～ 1.808 であった．Giménez et al.（1997）は文献で報告された間隙をもとに算出したフラクタル次元を整理しているが，本研究で扱った試料と同様なスケール範囲で得られたフラクタル次元は 1.69 ～ 1.85 であった．従来法と Bittelli et al.（2015）の方法で得られたフラクタル次元も，これとほぼ同様な範囲で得られておりどちらも妥当なものと判断された．

4. おわりに

Bittelli et al.（2015）の著した “Soil physics with python” には，これまでの土壌物理学の教科書では取り上げられることのなかったフラクタル解析が土壌構造を記述する方法の一つとして紹介されており，フラクタル次元を求めるプログラムコードも示されていたことをきっかけとして，土壌の微細形態のフラクタル次元について再訪してみた．フラクタルの概念を自然界に適用する方法の一つとしてボックスカウンティング法が考案され，土壌科学の分野においてもフラクタル次元を求めるのに利用されていることを再認識した．土壌科学においては当初，フラクタル次元を求め自己相似性の評価等が盛んに行われたが，その後フラクタル幾何学モデルを用いて土壌構造のモデル化，モデル化した土壌構造をもとに土壌水分

Table 1　2つの方法で得られたフラクタル次元.

硬盤層名	フラクタル次元（従来法）	フラクタル次元（Bittelli et al., 2015）	間隙率（%）
ニカ土	1.867	1.808	29.0
かしの実層	1.829	1.727	17.1
バンバン	1.703	1.622	8.7
花牟礼層	1.839	1.763	21.6
コラ	1.811	1.696	14.0

特性等の推定へと発展してきている．土壌構造に由来する様々な物理特性を記述する方法の一つとして，更なる発展が期待される分野のように感じた.

引用文献

Bittelli, M., Campbell, G.S. and Tomei, F. (2015): Soil physics with python, p. 450. Oxford University Press, New York.

筑紫次郎, 広田 修 (1997): フラクタル生長モデルによる根系の形態形成. 農業土木学会論文集, 187: 17–22.

Giménez, D., Perfect, E., Rawls, W.J. and Pachepsky, Y.A. (1997): Fractal models for predicting soil hydraulic properties: a review. Engineering Geology, 48: 161–183.

久保寺秀夫 (2000): 九州の火山灰土壌地帯に見られる硬盤層の特性に関する研究, p. 110. 東京大学学位論文.

波多野隆介 (2000): ペドメトリックス — その理論と応用 — 2. 土の顔, ミクロで見てもマクロで見ても金太郎飴: フラクタル. 日本土壌肥料科学雑誌, 71(6): 914–919.

Hatano, R., Kawamura, N., Ikeda, J. and Sakuma, T. (1992): Evaluation of the effect of morphological features of flow paths on solute transport by using fractal dimensions of methylene blue staining pattern. Geoderma, 53: 31–44.

Mandelbrot, B.B. (1982): The fractal geometry of nature, p. 500. W.H. Freeman & Company, New York. (広中平祐監訳, フラクタル幾何学, 日経サイエンス, 1985)

Perfect, E. and Kay, B.D. (1995): Application of fractals in soil and tillage research: a review. Soil & Tillage Res., 36: 1–20.

高安秀樹 (1986): フラクタル, p. 186. 朝倉書店, 東京.

田村憲司, 永塚鎮男, 大羽 裕 (1993): 黒ボク土の微細形態に及ぼす植生遷移の影響. 日本土壌肥料学雑誌, 64(2): 183–189.

巽 二郎 (1999): 根系構造のとらえ方: フラクタル次元, 空隙性およびマルチフラクタル. 土壌の物理性, 82: 11–19.

Tatsumi, J., Yamauchi, A. and Kono, Y. (1989): Fractal analysis of plant root systems. Annals of Botany, 64: 499-503.